Критерий согласия. Критерий Пирсона

Распределение Хи-квадрат дает возможность оценить степень согласованности теоретического и статистического законов распределения.

Пусть проведено *n* опытов по определению значений случайной величины – *u1, u2, u3…un*.

Область полученных значений разбивается на *k* интервалов (разрядностей) и определяется функция распределения случайной величины, полученной на основании экспериментальных данных:

Данная функция дискретна и носит неопределенный или случайный характер.

Точечная оценка вероятности попадания СВ в *i-*й интервал определяется по формуле:

где *ni* – количество попаданий СВ в *i-*й интервал, *n* – количество СВ.

Можно полагать, что точечная оценка распределена в соответствии с биномиальным законом распределения:

где – истинное значение вероятности попадания СВ в интервал.

Вводится вероятность того, что истинное значение находится вне рассматриваемого интервала:

;

,

где , – верхняя и нижняя граница вероятности попадания СВ в интервал соответственно.

Тогда верхняя и нижняя границы вероятности попадания СВ в интервал определяются по формулам:

Критерием для выбора величины разбиения интервала является следующий параметр точности, который характеризует близость и :

Таким образом для того чтобы разбить область полученных значений случайных величин на интервалы, необходимо учитывать параметр точности, который характеризует близость истинного значения вероятности попадания в заданный интервал и точечной оценки.

Схема применения Хи-квадрат:

1. Определяется мера расхождения:

где – число значений в *i-*ом разряде; – количество опытов; – вероятность попадания СВ в *i-*й разряд, вычисленная по теоретическим формулам; k – разрядность.

Вероятность попадания СВ в *i-*й разряд – , определяется следующей формулой применительно к экспоненциальному закону распределения:

,

где – интенсивность отказов в *i-*ом разряде, *ti, ti+1* – время на границах интервала.

Интенсивность отказов в *i-*ом разряде находится с помощью следующей зависимости:

где – количество отказов в интервале, – время работы отказавших аппаратов, – время работы не отказавших аппаратов, a и b – границы интервалов.

2. Определяется число степеней свободы:

где s – число связей.

3. По таблице определяется вероятность того, что величина, имеющая распределение с *r* степенью свободы превзойдет полученное значение .

Расчеты по определению согласованности теоретического и статистического законов распределения приведены в приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для определения числа разрядностей проводится расчет с помощью средств Matlab:

clear

clc

disp('ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:')

t=[67 84.1 46 101.2 84.1 84.1 84.1 94 11 84.1 84.1 84.1 106.5 76 76 42 92.4 142.5 142.5 132.4 132.4 130.5 130.5 106.8 106.8 104.2 104.2 104.2 98.2 85.2 84.1 84.1 84.1 66.4 55.4 52.8 47.2 32.9 29.3 13.4 4.6 0.1]; % времена работы (аппаратов, завершивших функционирование и функционирующих по н.в. = 42 КА)

t=sort(t); % сортировка времени в порядке возрастания

gamma=0.8; % доверительная вероятность

alpha=1-gamma; % уровень значимости

Nka=42; % Количество аппаратов (СВ)

n0=[4 2 4 3 13 7 3 6]; % количество попаданий в разряд при условии, что разрядов к=8

[phat,pci]=binofit(n0,Nka,alpha); % точечная и интервальная оценка ВБР соответственно (встроенная функция для двухстороннего интервала)

Pn=pci(1:8,1); % нижняя граница вероятности попадания в интервал

Pv=pci(1:8,2); % верхняя граница попадания в интервал

e=(Pv-Pn)./(phat'); % параметр точности

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

>> phat (точечная оценка)

phat =

0.0952 0.0476 0.0952 0.0714 0.3095 0.1667 0.0714 0.1429

>> pci (интервальная оценка)

pci=

0.0422 0.1814

0.0127 0.1218

0.0422 0.1814

0.0265 0.1522

0.2152 0.4184

0.0952 0.2643

0.0265 0.1522

0.0768 0.2373

>> e (точность)

e =

1.4615

2.2902

1.4615

1.7593

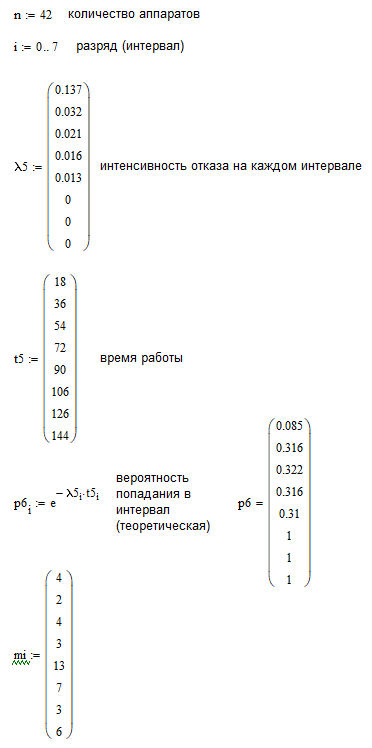
0.6567

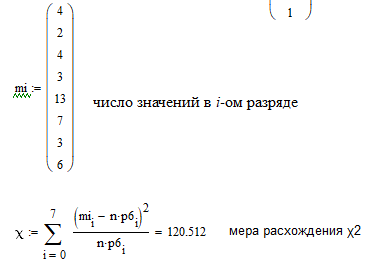
1.0148

1.7593

1.1235

Методом подбора было определено, что наибольшую точность можно получить при разбиении области случайных величин на 8 разрядностей.





В таблице приведены основные значения, полученные для 8 интервалов.

Таблица – основные значения, полученные в результате расчета.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| *Ii* | 0-18 | 18-36 | 36-54 | 54-72 | 72-90 | 90-106 | 106-126 | 126-144 |
| *mi* | 4 | 2 | 4 | 3 | 13 | 7 | 3 | 6 |
| *pi\** | 0.0952 | 0.0476 | 0.0952 | 0.0714 | 0.3095 | 0.1667 | 0.0714 | 0.1429 |
| *λi* | 0.137 | 0.032 | 0.021 | 0.016 | 0.013 | 0 | 0 | 0 |
| χ2 |  | | | | | | | |

Обозначения, используемые в таблице:

*Ii* – обозначение *i-*го интервала,

*pi\** – соответствующая относительная частота,

*mi* – число значений в *i-*ом разряде,

*λi* – интенсивность отказа в *i-*ом разряде.